

结合子空间旋转技术的非圆信号快速 DOA 估计

王薇^{1,2}, 张明³, 姚博彬⁴, 殷勤业², 穆鹏程²

(1. 西京学院信息工程学院, 陕西 西安 710123; 2. 西安交通大学智能网络与网络安全教育部重点实验室, 陕西 西安 710049;
3. 西安微电子技术研究所, 陕西 西安 710000; 4. 长安大学电子与控制工程学院, 陕西 西安 710064)

摘要: 针对波达方向 (DOA) 估计中非圆信号多重信号分类 (NC-MUSIC) 算法运算复杂度过高的问题, 提出了一种结合子空间旋转的非圆信号快速 DOA 估计算法。所提算法首先利用对噪声子空间矩阵分块和子空间旋转技术 (SRT) 构造降维噪声子空间; 然后根据降维噪声子空间与扩展后阵列流型矩阵张成空间的正交性和变量分离, 将 NC-MUSIC 算法中的二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索。所提算法通过二维谱峰搜索到一维谱峰搜索的转化和去除一维谱峰搜索中冗余计算的方式提高了算法的计算效率。理论分析和仿真结果表明, 与 NC-MUSIC 算法相比, 所提算法可在保证 DOA 估计精度的前提下将算法运算复杂度降至 NC-MUSIC 算法运算复杂度的 5% 以下; 尤其对于阵元数目较多的场景, 所提算法的计算效率优势更明显。

关键词: 阵列信号处理; DOA 估计; 非圆信号; MUSIC 算法; 低复杂度

中图分类号: TN959.2

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2020208

Computationally efficient direction-of-arrival estimation of non-circular signal based on subspace rotation technique

WANG Wei^{1,2}, ZHANG Ming³, YAO Bobin⁴, YIN Qinye², MU Pengcheng²

1. Department of Information Engineering, Xijing University, Xi'an 710123, China

2. Ministry of Education Key Lab for Intelligent Networks and Network Security, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

3. Xi'an Microelectronics Technology Institute, Xi'an 710000, China

4. School of Electronic and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China

Abstract: In order to solve the problem that the high computational burden of the multiple signal classification algorithm of non-circular signal (NC-MUSIC) in direction-of-arrival (DOA) estimation, a novel computationally efficient DOA estimation algorithm based on subspace rotation technique was proposed. Firstly, the partitioning of noise subspace matrix and the subspace rotation technique (SRT) were used to construct a new reduced-dimension noise subspace. Then, the two-dimensional peak searching was converted to the one-dimensional peak searching on the basis of the separation of variables and the orthogonality between the new reduced-dimension noise subspace and the space spanned by the columns of the extended manifold matrix. The proposed algorithm can enhance the computational efficiency by means of the conversion of the two-dimensional peak searching into the one-dimensional peak searching and the removal of redundant computations. Theoretical analysis and simulation results show that the proposed algorithm can reduce the computational complexity to less than 5% as compared to NC-MUSIC algorithm on the premise of ensuring the accuracy of DOA estimation. Especially, the efficiency advantage of the proposed algorithm is more obvious in scenarios where the large numbers of sensors are required.

Key words: array signal processing, DOA estimation, non-circular signal, MUSIC algorithm, low complexity

收稿日期: 2020-06-02; 修回日期: 2020-09-01

基金项目: 陕西省教育厅自然科学基金资助项目 (No.20JK0966); 国家自然科学基金资助项目 (No.61702424, No.61601058)

Foundation Items: The Natural Science Special Foundation of Shaanxi Provincial Department of Education (No.20JK0966), The National Natural Science Foundation of China (No.61702424, No.61601058)

1 引言

波达方向 (DOA, direction of arrival) 估计作为阵列信号处理的一个重要分支, 广泛应用于雷达、声呐、无线通信等领域^[1-3]。经典的信号 DOA 估计算法有多重信号分类 (MUSIC, multiple signal classification) 算法、求根 MUSIC (Root-MUSIC, root-multiple signal classification) 算法等^[4-6]。这些算法都建立在入射信号为窄带或宽带信号的基础上, 未考虑入射信号自身的结构特征^[6-7]。随着二进制相移键控 (BPSK, binary phase shift keying) 信号、调幅 (AM, amplitude modulation) 信号、多进制幅移键控 (MASK, multiple amplitude shift keying) 信号等非圆信号在实际通信中的应用越来越广泛, 众多学者将非圆信号伪协方差矩阵不为零的特点应用于 DOA 估计中^[7-14], 通过增加阵列接收信号矩阵的维度, 扩展阵列的有效孔径, 提高 DOA 估计的精度。根据非圆信号的特性, 文献[9]提出了非圆 MUSIC (NC-MUSIC, non-circular MUSIC) 算法。该算法具有超高分辨率的优点, 但由于引入了二维谱峰搜索, 算法运算量庞大, 工程实用性大打折扣。为了降低 NC-MUSIC 算法的运算复杂度, 文献[9]又提出了非圆 Root-MUSIC 算法, 利用多项式求根代替二维谱峰搜索, 在一定程度上降低了 NC-MUSIC 算法的运算复杂度。文献[10-11]采用凸优化方法将 NC-MUSIC 算法中的二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索, 大幅降低了谱峰搜索阶段的运算量, 但其一维谱峰搜索仍具有较高的运算复杂度。文献[12-13]通过欧拉变换将复数据转化为实数据, 并在构建空域字典集的基础上, 通过稀疏重构实现 DOA 估计。该算法虽可降低 DOA 估计的运算复杂度, 但前提是要精确补偿由传输时延带来的非圆相位, 且信号入射角度需精确位于字典网格上。当实际环境不满足前提要求时, 算法的估计性能会严重下降。

为了降低非圆信号 NC-MUSIC 算法的运算复杂度, 本文提出一种结合子空间旋转的非圆信号快速 DOA 估计算法。所提算法结合子空间旋转技术 (SRT, subspace rotation technique)^[14], 通过对信号噪声子空间的旋转获得降维噪声子空间; 所构造的降维噪声子空间与扩展后阵列流型矩阵张成的空间具有正交性, 利用该正交性和变量分离可将 NC-MUSIC 算法的二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索。所提算法在保持 DOA 估计性能的基础上,

可将算法运算复杂度降至 NC-MUSIC 算法运算复杂度的 5% 以下; 对于大阵元情况, 所提算法的计算效率提升明显。

2 数据模型及非圆信号的 NC-MUSIC 算法

2.1 数据模型

非圆信号是现代通信系统中的一种常见信号, 其具有伪协方差不为 0 的特征, 即 $E\{S^2(t)\} \neq 0$ ($S(t)$ 为非圆信号)。利用这一特征可通过增加虚拟阵元的个数, 扩展阵列的有效孔径。常见的 BPSK 信号、AM 信号、MASK 信号等非圆信号的非圆率均为 1。对于最大非圆率 (即非圆率为 1) 信号, 由于理想情况下其经过解调后所得信号为实信号, 考虑实际中传输信道对信号的影响, 经解调后的信号模型为 $S(t) = S_R(t)e^{j\varphi}$, 其中, $S_R(t)$ 为实信号, φ 为信号初相与传输信道附加相位之和^[7-13]。假设有 K 个互不相关的窄带最大非圆率信号 $S_1(t), S_2(t), \dots, S_K(t)$ 分别以方向 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$ 同时入射至一个 M 元均匀线阵, 阵列阵元间距为 d , 阵列中的天线均为全向天线, 天线增益均为单位增益。均匀线阵阵列结构如图 1 所示。

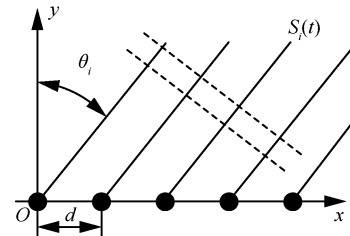


图 1 均匀线阵阵列结构

选定最左侧阵元为参考阵元, 则该均匀线阵的接收信号可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) = \mathbf{A}\Psi\mathbf{S}_R(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

其中, 信源矢量 $\mathbf{S}(t) = [S_1(t), S_2(t), \dots, S_K(t)]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$, $\mathbf{S}_R(t) = [S_{R,1}(t), S_{R,2}(t), \dots, S_{R,K}(t)]^T \in \mathbb{R}^{K \times 1}$; 阵列流型矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{M \times K}$, 导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_k) = \left[1, e^{j\frac{2\pi d \sin \theta_k}{\lambda}}, \dots, e^{j\frac{2\pi(M-1)d \sin \theta_k}{\lambda}} \right]^T$ ($k=1, 2, \dots, K$), λ 为信号载波波长; $\Psi = \text{diag}\{e^{j\varphi_1}, e^{j\varphi_2}, \dots, e^{j\varphi_K}\}$, φ_k ($k=1, 2, \dots, K$) 为第 k 个窄带非圆信号的非圆相位; 加性高斯白噪声矢量 $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 。

由于非圆信号具有 $E\{\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^T(t)\} \neq 0$ 和 $E\{\mathbf{S}^*(t)$

$\mathbf{S}^H(t)\} \neq 0$ 的性质, 故可将接收信号 $\mathbf{X}(t)$ 与其共轭 $\mathbf{X}^*(t)$ 串联, 通过重构接收信号矩阵来增加可利用的阵元个数^[10-15]。重构后的接收信号 $\mathbf{Y}(t)$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \mathbf{X}^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\boldsymbol{\Psi} \\ \mathbf{A}^*\boldsymbol{\Psi}^* \end{bmatrix} \mathbf{S}_R(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{N}(t) \\ \mathbf{N}^*(t) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{B}\mathbf{S}_R(t) + \mathbf{N}_0(t) \end{aligned} \quad (2)$$

其中, \mathbf{B} 和 $\mathbf{N}_0(t)$ 分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}\boldsymbol{\Psi} \\ \mathbf{A}^*\boldsymbol{\Psi}^* \end{bmatrix} = [\mathbf{b}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{b}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_K, \varphi_K)] \\ \mathbf{N}_0(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{N}(t) \\ \mathbf{N}^*(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 非圆信号的音乐算法

重构后的接收信号的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_Y = \mathbb{E}\{\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^H(t)\} \quad (4)$$

实际应用中通常采用接收信号 $\mathbf{X}(t)$ 的 L 次快拍 $\mathbf{X}(n)$ ($n=1, 2, \dots, L$) 估计协方差矩阵 \mathbf{R}_Y , 即

$$\hat{\mathbf{R}}_Y = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{Y}(i)\mathbf{Y}^H(i) \quad (5)$$

对协方差矩阵的估计 $\hat{\mathbf{R}}_Y$ 做特征值分解, 可得

$$\hat{\mathbf{R}}_Y = \sum_{i=1}^K \hat{\lambda}_i \hat{\mathbf{v}}_i \hat{\mathbf{v}}_i^H + \sum_{i=K+1}^{2M} \hat{\lambda}_i \hat{\mathbf{v}}_i \hat{\mathbf{v}}_i^H \quad (6)$$

其中, $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_K > \hat{\lambda}_{K+1} = \hat{\lambda}_{K+2} = \dots = \hat{\lambda}_{2M}$, $\hat{\mathbf{V}}_S = \{\hat{\mathbf{v}}_1, \hat{\mathbf{v}}_2, \dots, \hat{\mathbf{v}}_K\}$ 和 $\hat{\mathbf{V}}_N = \{\hat{\mathbf{v}}_{K+1}, \hat{\mathbf{v}}_{K+2}, \dots, \hat{\mathbf{v}}_{2M}\}$ 的列分别构成信号子空间和噪声子空间。利用信号子空间与噪声子空间的正交性, 构造基于 NC-MUSIC 算法的二维空间谱函数^[8]为

$$P_{2D\text{-NC-MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{b}^H(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{V}}_N \hat{\mathbf{V}}_N^H \mathbf{b}(\theta, \varphi)} \quad (7)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(\theta, \varphi) &= \begin{bmatrix} e^{j\varphi}, e^{\frac{j(\varphi+2\pi d \sin \theta)}{\lambda}}, \dots, e^{\frac{j(\varphi+2\pi(M-1)d \sin \theta)}{\lambda}} \\ e^{-j\varphi}, e^{\frac{j(\varphi+2\pi d \sin \theta)}{\lambda}}, \dots, e^{\frac{j(\varphi+2\pi(M-1)d \sin \theta)}{\lambda}} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

对式(7)所示的空间谱函数关于入射角 θ 和非圆相位 φ 进行二维谱峰搜索, 所得 K 个极大值对应的入射角 θ 即为信号的 DOA。NC-MUSIC 算法通过虚拟阵列的方法扩大了阵列的有效孔径^[10-11], 极大

地提高了 DOA 估计的空间分辨率; 同时, 烦琐的二维谱峰搜索带来了极高的运算复杂度, 约束了其在实际工程中的应用。

3 结合 SRT 的 SRTRD-NC-MUSIC 算法

NC-MUSIC 算法利用非圆信号伪协方差矩阵不为零的特性重构接收信号的协方差矩阵, 根据信号子空间和噪声子空间的正交性构造二维空间谱函数估计非圆信号的 DOA。该算法以增加虚拟阵元的方法提高了 DOA 估计的精度, 同时也带来了烦琐的二维谱峰搜索^[11-12]。本文所提算法——SRTRD-NC-MUSIC 算法以降低非圆信号 NC-MUSIC 算法的运算复杂度为目标, 结合 SRT 实现快速估计非圆信号 DOA。SRTRD-NC-MUSIC 算法分为 2 个步骤: 首先, 对噪声子空间矩阵按行分块, 利用 SRT 构造降维噪声子空间; 然后, 根据所构造的降维噪声子空间与扩展后阵列流型矩阵张成空间的正交性, 结合变量分离把 NC-MUSIC 算法的二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索。SRTRD-NC-MUSIC 算法在将二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索的同时, 通过构造降维噪声子空间有效避免了一维谱峰搜索中的冗余计算。

3.1 子空间旋转及重构噪声子空间

对 $2M \times (2M - K)$ 维的噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_N$ 进行分块处理, 可得

$$\hat{\mathbf{V}}_N = \begin{bmatrix} \underbrace{\hat{\mathbf{V}}_{N,1}}_{2M-K}^{M-1} \\ \underbrace{\hat{\mathbf{V}}_{N,2}}_{2M-K}^{M+1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $\hat{\mathbf{V}}_{N,1} \in \mathbb{C}^{(M-1) \times (2M-K)}$, $\hat{\mathbf{V}}_{N,2} \in \mathbb{C}^{(M+1) \times (2M-K)}$ 。由于 $\text{rank}(\hat{\mathbf{V}}_N) = \dim(\text{span}(\hat{\mathbf{V}}_N)) = 2M - K$, 根据矩阵理论可知^[16], 当信源数 K 和阵元数 M 满足 $K \leq M-1$ 时, 矩阵 $\hat{\mathbf{V}}_{N,2}$ 为行满秩矩阵, 故存在右逆矩阵 $\hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger$, 满足 $\hat{\mathbf{V}}_{N,2} \hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger = \mathbf{I}_{M+1}$, \mathbf{I}_{M+1} 为 $M+1$ 维单位阵。

利用矩阵 $\hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger$ 对噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_N$ 的列向量进行加权处理, 可构造出新的降维噪声子空间为

$$\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} = \hat{\mathbf{V}}_N \hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger \quad (9)$$

式(9)的操作实质上是对 $\text{span}(\hat{\mathbf{V}}_N)$ 在 $2M$ 维空间内进行一定的角度旋转。由于 $\text{rank}(\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}) \leq$

$\min \left[\text{rank}(\hat{\mathbf{V}}_N), \text{rank}(\hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger) \right]$, 故可认为所构造的降维噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}$ 是原有噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_N$ 的一个子集, 即

$$\text{span}(\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}) \subseteq \text{span}(\hat{\mathbf{V}}_N) \quad (10)$$

同时, $\text{span}(\hat{\mathbf{V}}_N) \perp \text{span}(\hat{\mathbf{V}}_S)$, 且 $\text{span}(\hat{\mathbf{V}}_S) = \text{span}(\mathbf{B})$, 则 $\text{span}(\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}) \perp \text{span}(\mathbf{B})$, 即所构造的降维噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}$ 和扩展后的阵列流型矩阵 \mathbf{B} 所张成的空间是正交的, 因此, 可得

$$\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}^H \mathbf{b}(\theta_i, \varphi_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (11)$$

3.2 构造降维空间谱函数

根据重构噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}$ 和扩展后阵列流型矩阵 \mathbf{B} 所张成空间的正交性, 可定义二维空间谱函数为

$$P_{2D}(\theta, \varphi) = \frac{1}{f(\theta, \varphi)} = \frac{1}{\mathbf{b}^H(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}^H \mathbf{b}(\theta, \varphi)} \quad (12)$$

通过搜索 $f(\theta, \varphi)$ 的极小值, 即可获得信号 DOA 的估计。将 $\mathbf{b}(\theta, \varphi)$ 按式(13)进行变量分离, 即

$$\mathbf{b}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\theta) e^{j\varphi} \\ \mathbf{a}^*(\theta) e^{-j\varphi} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}}(\theta) \mathbf{E}(\varphi) \quad (13)$$

其中, $\tilde{\mathbf{A}}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\theta) & \mathbf{0}_{M \times 1} \\ \mathbf{0}_{M \times 1} & \mathbf{a}^*(\theta) \end{bmatrix}$, $\mathbf{E}(\varphi) = \begin{bmatrix} e^{j\varphi} \\ e^{-j\varphi} \end{bmatrix}$, 可得

$$P_{2D}(\theta, \varphi) = \frac{1}{f(\theta, \varphi)} = \frac{1}{\mathbf{E}^H(\varphi) (\tilde{\mathbf{A}}^H(\theta) \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}^H \tilde{\mathbf{A}}(\theta)) \mathbf{E}(\varphi)} \quad (14)$$

由于矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}^H(\theta) \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}^H \tilde{\mathbf{A}}(\theta)$ 是 Hermitian 矩阵, $f(\theta, \varphi)$ 是非负二次型, $f(\theta, \varphi)$ 的最小值由矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}^H(\theta) \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}^H \tilde{\mathbf{A}}(\theta)$ 的最小特征值给出, 故在非圆信号所在方向 θ_i ($i=1, 2, \dots, K$) 上^[17]可得

$$\det(\tilde{\mathbf{A}}^H(\theta_i) \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}^H \tilde{\mathbf{A}}(\theta_i)) = 0 \quad (15)$$

因此, 可构造出新的一维空间谱函数为

$$P_{\text{SRTRD-NC-MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\det(\tilde{\mathbf{A}}^H(\theta) \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}^H \tilde{\mathbf{A}}(\theta))} \quad (16)$$

对式(16)构造的空间谱函数进行谱峰搜索, 所得 K 个极大值对应的角度 θ 即为信号 DOA 的估计。与 NC-MUSIC 算法相比, SRTRD-NC-MUSIC 算法

通过旋转噪声子空间降低了噪声子空间的维数, 且只需进行一维谱峰搜索即可估计信号 DOA。后文分析将表明, SRTRD-NC-MUSIC 算法可以在保证 DOA 估计精度的前提下, 降低 NC-MUSIC 算法的运算复杂度, 大幅提升计算效率。

3.3 SRTRD-NC-MUSIC 算法化简

将式(8)代入式(9), 可得

$$\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} = \hat{\mathbf{V}}_N \hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{N,1} \\ \hat{\mathbf{V}}_{N,2} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{N,1} \hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger \\ \mathbf{I}_{M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \\ \mathbf{I}_{M+1} \end{bmatrix}^{M-1} \quad (17)$$

其中, $\hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}}$ 是 $(M-1) \times (M+1)$ 维矩阵。

对 $2 \times 2M$ 维矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}^H(\theta)$ 按式(18)进行划分, 即

$$\tilde{\mathbf{A}}^H(\theta) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}^H(\theta) & \mathbf{0}_{1 \times M} \\ \mathbf{0}_{1 \times (M-1)} & \mathbf{a}^T(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}^H(\theta) & \mathbf{e}_1(\theta) \\ \mathbf{0}_{1 \times (M-1)} & \mathbf{e}_2(\theta) \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中, $\tilde{\mathbf{a}}(\theta)$ 、 $\mathbf{e}_1(\theta)$ 和 $\mathbf{e}_2(\theta)$ 分别为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{a}}(\theta) &= \begin{bmatrix} 1, e^{\frac{j2\pi d \sin \theta}{\lambda}}, \dots, e^{\frac{j2\pi(M-2)d \sin \theta}{\lambda}} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{e}_1(\theta) &= \begin{bmatrix} e^{-j\varphi(\theta)} & \mathbf{0}_{1 \times M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\frac{-j2\pi(M-1)d \sin \theta}{\lambda}} & \mathbf{0}_{1 \times M} \end{bmatrix} \\ \mathbf{e}_2(\theta) &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{a}^T(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19)代入式(17)和式(18), 可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}^H(\theta) \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}^H(\theta) & \mathbf{e}_1(\theta) \\ \mathbf{0}_{1 \times (M-1)} & \mathbf{e}_2(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \\ \mathbf{I}_{M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} + \mathbf{e}_1(\theta) \\ \mathbf{e}_2(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

进一步将式(20)代入式(16), 并省略式中角度 θ 的标记, 可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}} \hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}^H \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} + \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}}^H \tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{e}_1^H & \mathbf{e}_2^H \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \left\| \tilde{\mathbf{a}}^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \right\|^2 + 2 \text{Re} \left\{ \tilde{\mathbf{a}}^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \mathbf{e}_1^H \right\} + \left\| \mathbf{e}_1 \right\|^2 & \tilde{\mathbf{a}}^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \mathbf{e}_2^H + \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^H \\ \mathbf{e}_2^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_1^H & \left\| \mathbf{e}_2 \right\|^2 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \left\| \tilde{\mathbf{a}}^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \right\|^2 + 2 \text{Re} \left\{ \tilde{\mathbf{a}}^H \mathbf{V}_{\text{rot}} \mathbf{e}_1^H \right\} + 1 & \tilde{\mathbf{a}}^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \mathbf{e}_2^H \\ \mathbf{e}_2^H \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}} \tilde{\mathbf{a}} & M \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

因此, SRTRD-NC-MUSIC 算法可化简为

$$P_{\text{SRTRD-NC-MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{M \left(\|\boldsymbol{\eta}(\theta)\|^2 + 2 \operatorname{Re}\{\boldsymbol{\eta}(\theta) \mathbf{e}_1^H(\theta)\} + 1 \right) - \|\boldsymbol{\eta}(\theta) \mathbf{e}_2^H(\theta)\|^2} \quad (22)$$

其中, $\boldsymbol{\eta}(\theta) = \hat{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{V}}_{\text{rot}}$ 。

对比式(7)和式(22)可得, SRTRD-NC-MUSIC 算法不仅将 NC-MUSIC 算法中的二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索,而且通过矩阵分块和子空间旋转,有效降低了噪声子空间的维数,进一步去除了一维谱峰搜索中的冗余计算。

3.4 运算复杂度分析

本文采用复数乘法的数量来衡量算法的运算复杂度^[12-14]。NC-MUSIC 算法和 SRTRD-NC-MUSIC 算法均包含对协方差矩阵的特征值分解。根据文献[18]所提的快速子空间分解法可得,矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_Y$ 进行特征值分解的运算复杂度为 $O(4M^2K)$ 。对比 NC-MUSIC 算法和 SRTRD-NC-MUSIC 算法可知, SRTRD-NC-MUSIC 算法需额外构造新噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}$ 和计算 $\hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger$ 。已知 $\hat{\mathbf{V}}_N$ 为 $2M \times (2M-K)$ 维矩阵, $\hat{\mathbf{V}}_{N,2}^\dagger$ 为 $(M+1) \times (2M-K)$ 维矩阵,故构造 $\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}$ 所需的运算复杂度为 $O[(M-1)(M+1)(2M-K)] + O[2M(2M-K)]$ ^[14]。

NC-MUSIC 算法和 SRTRD-NC-MUSIC 算法均包含谱峰搜索过程。在谱峰搜索阶段, NC-MUSIC 算法需同时对入射角 θ 和非圆相位 φ 进行二维谱峰搜索。假设在 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 角度搜索范围和 $[0, 2\pi]$ 非圆相位搜索范围内总的搜索角度数均为 J , 则 NC-MUSIC 算法完成谱峰搜索所需的运算复杂度为 $O[J^2(2M+1)(2M-K)]$ 。根据 SRTRD-NC-MUSIC 算法的式(22)进行谱峰搜索时, 计算 $\|\boldsymbol{\eta}\|^2$ 的运算复杂度为 $O[M(M+1)]$, 计算 $\boldsymbol{\eta}(\theta) \mathbf{e}_1^H(\theta)$ 的运算复杂度为 $O(M)$, 计算 $\|\boldsymbol{\eta}(\theta) \mathbf{e}_2^H(\theta)\|^2$ 的运算复杂度为 $O(M^2+1)$, 则 SRTRD-NC-MUSIC 算法完成谱峰搜索所需的运算复杂度为 $O[J(2M^2+2M+1)]$ 。

综上, NC-MUSIC 算法和 SRTRD-NC-MUSIC 算法总的运算复杂度分别为

$$\begin{aligned} C_{\text{NC-MUSIC}} &= O(4M^2K) + O(J^2(2M+1)(2M-K)) \\ C_{\text{SRTRD-NC-MUSIC}} &= O(4M^2K) + O((M-1)(M+1)(2M-K)) + \\ &\quad O(2M(2M-K)) + O(J(2M^2+2M+1)) \end{aligned} \quad (23)$$

实际中, 通常有 $J \gg M > K$, 故可将式(24)近似为

$$\begin{aligned} C_{\text{NC-MUSIC}} &\approx O(J^2(2M+1)(2M-K)) \\ C_{\text{SRTRD-NC-MUSIC}} &\approx O(J(2M^2+2M+1)) \end{aligned} \quad (24)$$

图 2 对比了不同阵元数和信源数下 NC-MUSIC 算法、RD-NC-MUSIC 算法^[11]和 SRTRD-NC-MUSIC 算法的运算复杂度。图 2 中, 总搜索角度数 $J=1\,000$ 。RD-NC-MUSIC 算法的运算复杂度为 $O[J((2M-K)(4M+2)+M+2)]$ ^[11]。可见, 3 种算法的运算复杂度都随着阵元数增加而增大。与 NC-MUSIC 算法相比, SRTRD-NC-MUSIC 算法大幅降低了算法运算复杂度, 尤其是在阵元数目较多的情况下, SRTRD-NC-MUSIC 算法的计算效率优势更明显; 同时, SRTRD-NC-MUSIC 算法的运算量仅为 RD-NC-MUSIC 算法的运算量的 25% 左右。

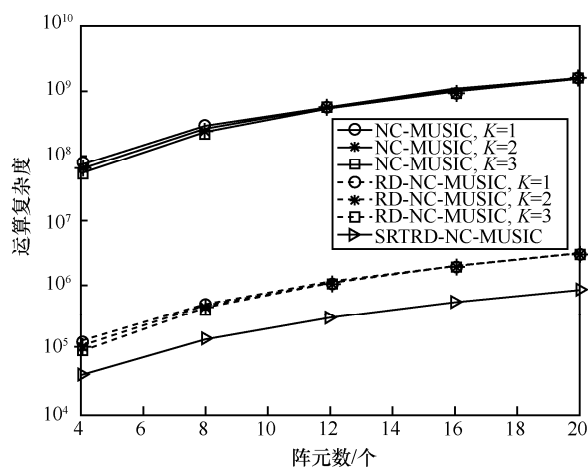


图 2 不同算法运算复杂度与阵元数 M 和信源数 K 之间的关系

3.5 算法实施步骤

根据上述分析可得, SRTRD-NC-MUSIC 算法的具体实施步骤如下。

步骤 1 根据阵列接收信号 $\mathbf{X}(t)$ 的 L 次快拍 $\mathbf{X}(n)(n=1, 2, \dots, L)$ 和式(2)重构接收矩阵 $\mathbf{Y}(n)$ 。

步骤 2 按照式(5)计算重构后接收信号协方差矩阵的估计 $\hat{\mathbf{R}}_Y$, 并根据式(6)对 $\hat{\mathbf{R}}_Y$ 进行特征值分解, 获得噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_N$ 。

步骤 3 根据式(8)对 $\hat{\mathbf{V}}_N$ 进行分块处理, 同时根据式(9)和式(18)分别构造新的噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_{\text{new}}$ 和矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}(\theta)$ 。

步骤 4 根据式(22)构造一维空间谱函数

$P_{\text{SRTRD-NC-MUSIC}}(\theta)$ 。

步骤 5 确定步骤 4 中 $P_{\text{SRTRD-NC-MUSIC}}(\theta)$ 的 R 个极大值，这 R 个极大值对应的角度 $\hat{\theta}_i (i=1,2,\dots,R)$ 即为入射信号 DOA 的估计。

4 仿真结果与分析

下面通过计算机仿真验证 SRTRD-NC-MUSIC 算法的有效性，并与 NC-MUSIC 算法、RD-NC-MUSIC 算法进行比较分析。实验中接收阵列采用均匀线阵（其中，图 3~图 7 的阵元数目均固定为 8），阵元间距 $d=0.5\lambda$ ，入射信号为等功率的窄带 BPSK 信号，噪声为加性高斯白噪声。各实验结果均采用 3 000 次蒙特卡罗实验的统计平均。定义均方根误差 (RMSE, root mean square error) 为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_m} (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2}{N_m}} \quad (25)$$

其中， θ_i 和 $\hat{\theta}_i$ 分别为信号入射角的真实值和估计值， N_m 为蒙特卡罗仿真的次数。对于来波方向相近的 2 个信号，如果满足

$$\frac{P(\theta_1) + P(\theta_2)}{2} > P\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \quad (26)$$

即认为成功分辨 2 个入射信号。其中， θ_1 和 θ_2 分别为 2 个信号的来波方向， $P(\cdot)$ 为空间谱函数。

图 3 给出了 SRTRD-NC-MUSIC 算法和 NC-MUSIC 算法的 DOA 估计效果。选定信号入射角分别为 -40° 、 -20° 和 10° ，信噪比 (SNR, signal-to-noise ratio) 为 5 dB，快拍数为 1 000。由图 3 可看出，SRTRD-NC-MUSIC 算法可以准确有效地估计出入射信号的 DOA。与 NC-MUSIC 算法相比，SRTRD-NC-MUSIC 算法估计的空间谱峰更尖锐，两者估计精度基本一致；同时，SRTRD-NC-MUSIC 算法的运算复杂度快速减小，计算效率显著提升。

选定信号入射角分别为 -20° 和 15° ，图 4 和图 5 分别给出了 SRTRD-NC-MUSIC 算法、NC-MUSIC 算法和 RD-NC-MUSIC 算法的估计误差随信噪比和快拍数的变化对比。图 4 固定快拍数为 500，图 5 固定信噪比为 10 dB。从图 4 可以看出，3 种算法的估计误差均随信源信噪比的增加而减小；同时，由于 SRTRD-NC-MUSIC 算法将 NC-MUSIC 算法中的二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索，故其估计性能

较 NC-MUSIC 算法略差，但整体较接近 NC-MUSIC 算法的估计性能，且优于 RD-NC-MUSIC 算法的估计性能。由图 5 可得，随着快拍数的增加，重构后的接收信号的协方差矩阵可更加精确地估计，故 3 种算法的估计误差都有所减小；且 SRTRD-NC-MUSIC 算法的估计性能更接近 NC-MUSIC 算法的估计性能。由此可见，SRTRD-NC-MUSIC 算法计算效率的提高并未以过大地牺牲估计精度的方式换取。

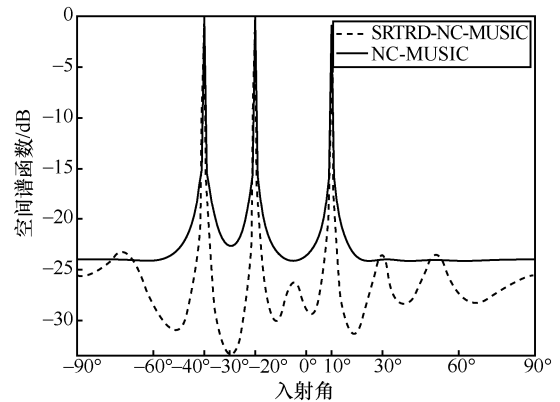


图 3 SNR=5 dB 时 SRTRD-NC-MUSIC 算法和 NC-MUSIC 算法的 DOA 估计效果

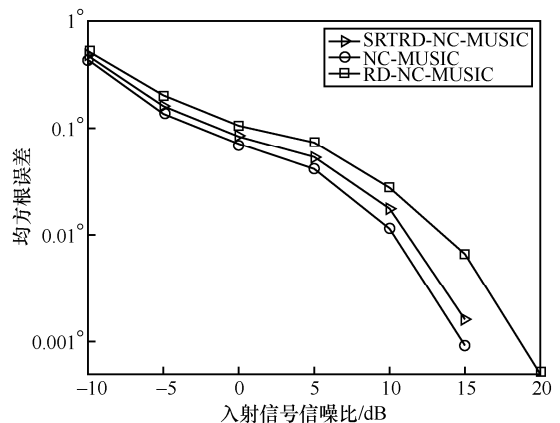


图 4 不同算法的估计误差与信噪比的关系

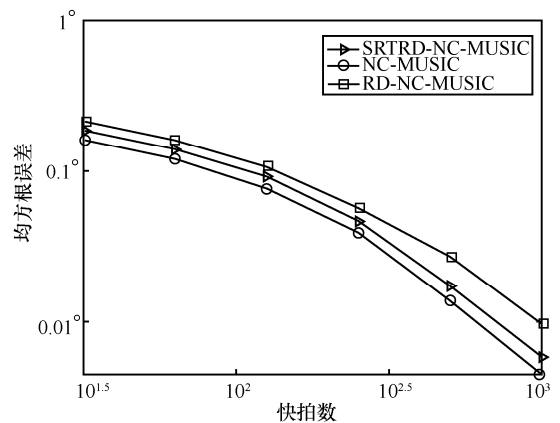


图 5 不同算法的估计误差与快拍数的关系

图6和图7的信号入射角均分别固定为 18° 和 20° ，快拍数为500。图6对比了不同信噪比下SRTRD-NC-MUSIC算法、NC-MUSIC算法和RD-NC-MUSIC算法成功分辨出2个靠近目标的概率。由图6可见，在低信噪比($SNR < 0$)情况下，SRTRD-NC-MUSIC算法的分辨成功率明显高于NC-MUSIC算法和RD-NC-MUSIC算法，这是因为SRTRD-NC-MUSIC算法通过构造降维噪声子空间改善了信号子空间与噪声子空间的正交性，且降维噪声子空间的维度下降，使其空间谱变得更尖锐。故相比于其他2种算法，SRTRD-NC-MUSIC算法分辨2个靠近目标的能力更强。图7给出了 $SNR = 5$ dB时SRTRD-NC-MUSIC算法与NC-MUSIC算法的10次叠加空间谱。由图7可得，SRTRD-NC-MUSIC算法估计的空间谱峰比NC-MUSIC算法更尖锐，分辨相近来波方向上信号的能力更强，验证了图6的实验结果。

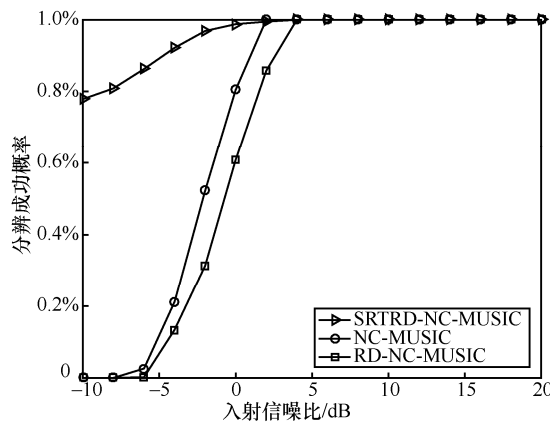


图6 不同算法的分辨成功概率与信噪比的关系

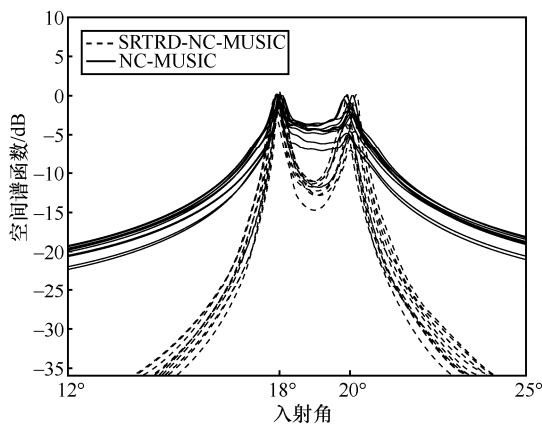


图7 SRTRD-NC-MUSIC算法与NC-MUSIC算法的叠加空间谱

图8对比了不同阵元数目下采用SRTRD-NC-MUSIC算法、NC-MUSIC算法和RD-NC-MUSIC

算法完成DOA估计的计算机时间开销。图8(a)为SRTRD-NC-MUSIC算法与NC-MUSIC算法的仿真时间对比，图8(b)为SRTRD-NC-MUSIC算法与RD-NC-MUSIC算法的仿真时间对比。选取信号入射角分别为 -10° 和 30° ，角度搜索间隔为 0.05° ， $SNR = 10$ dB，快拍数为500。以Intel(R) Core(TM) i5-5300U处理器，2.3 GHz CPU，4 GB内存的PC平台运行3种算法的MATLAB程序。由图8可看出，SRTRD-NC-MUSIC算法的计算机时间开销显著小于其他2种算法。同时，3种算法的时间开销均随阵元数增加而增大；SRTRD-NC-MUSIC算法的计算效率优势随阵元数增加更明显。这与上文运算复杂度分析部分的现象一致。图8(a)中，由于SRTRD-NC-MUSIC算法将NC-MUSIC算法的二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索，且利用噪声子空间的秩亏特性，通过构造降维噪声子空间避免了一维谱峰搜索中的冗余计算，故SRTRD-NC-MUSIC算法可将算法复杂度降低至NC-MUSIC算法运算复杂度的5%以下。图8(b)中，与RD-NC-MUSIC算法相比，SRTRD-NC-MUSIC算法构造的降维噪声子空间维度下降，去除了一维谱峰搜索中的冗余计算，故SRTRD-NC-MUSIC算法可将算法复杂度降低至RD-NC-MUSIC算法运算复杂度的25%以下，大幅提高算法的计算效率。

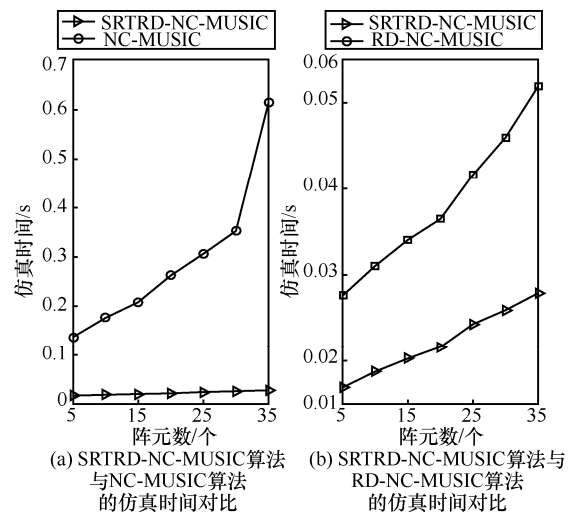


图8 不同算法的计算机时间开销与阵元数的关系

5 结束语

本文以降低非圆信号NC-MUSIC算法的运算复杂度为目标，提出了一种结合子空间旋转的非圆信号快速DOA估计算法。SRTRD-NC-MUSIC算法

对噪声子空间按行分块, 并通过子空间旋转的方法构造降维噪声子空间; 在将二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索的同时, 利用降维噪声子空间有效避免了一维谱峰搜索中的冗余计算。通过实验仿真和运算复杂度分析可以看出, SRTRD-NC-MUSIC 算法能够在保持 DOA 估计性能的前提下大幅降低 NC-MUSIC 算法的运算复杂度, 显著提高算法的计算效率; 特别是在阵元孔径较大的场景下, SRTRD-NC-MUSIC 算法计算效率提升更明显。

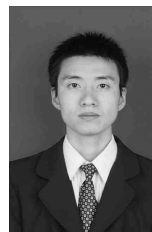
参考文献:

- [1] YAO B B, DONG Z, ZHANG W L, et al. Degree-of-freedom strengthened cascade array for DOD-DOA estimation in MIMO array systems[J]. *Sensors*, 2018, 18(5): 1-20.
- [2] 王薇, 殷勤业, 姚博彬, 等. 结合快速傅里叶变换和线性调频变换的快速波达方向估计[J]. *西安交通大学学报*, 2019, 53(12): 131-138,160.
WANG W, YIN Q Y, YAO B B, et al. A fast direction-of-arrival estimation algorithm based on fast fourier transform and chirp transform[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2019, 53(12): 131-138,160.
- [3] SHU F, QIN Y L, LIU T T, et al. Low-complexity and high-resolution DOA estimation for hybrid analog and digital massive MIMO receive array[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2019, 66(6): 2487-2501.
- [4] HU Y, YU X Q. Research on the application of compressive sensing theory in DOA estimation[C]//2017 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing. Piscataway: IEEE Press, 2017: 485-489.
- [5] WANG W, ZHANG M, YAO B B, et al. A fast peak searching method for DOA estimation based on CTA[C]//2019 IEEE International Conference on Computer and Communication Systems. Piscataway: IEEE Press, 2019: 517-521.
- [6] 郑春红, 邓欢欢, 杨刚, 等. 基于辅助阵元法的非圆信号实值 MUSIC 算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2016, 38(11): 2469-2473.
ZHENG C H, DENG H H, YANG G, et al. MUSIC algorithm about real values for noncircular signals based on instrumental sensors[J]. *System Engineering and Electronics*, 2016, 38(11): 2469-2473.
- [7] 曾耀平, 杨益新, 卢光跃. 非圆信号与圆信号共存下的快速方位估计算法[J]. *计算机应用研究*, 2016, 33(1): 181-184.
ZENG Y P, YANG Y X, LU G Y. Fast DOA estimation under coexistence of both noncircular and circular sources[J]. *Applications of Computers*, 2016, 33(1): 181-184.
- [8] ADNET C, GOUNON P, GALY J Y. High resolution array processing for non circular signals[C]//1998 9th European Signal Processing Conference. Bellingham: SPIE Press, 1998: 1-4.
- [9] CHARGE P, WANG Y, SAILLARD J. A non-circular sources direction finding method using polynomial rooting[J]. *Signal Processing*, 2001, 81(8): 1765-1770.
- [10] HE L, LIN X P, GE C, et al. Noncircular signal DOA estimation with reduced dimension MUSIC for coprime linear array[C]//2018 Annual International Conference on Network and Information Systems for Computers. Piscataway: IEEE Press, 2018: 117-121.
- [11] 孙华普, 郑旺, 吕卫华, 等. 线阵中基于降维 NC-MUSIC 的非圆信号 DOA 估计算法[J]. *航空兵器*, 2016, 8(4): 36-41.
SUN H P, ZHENG W, LYU W H, et al. Reduced-dimension NC-MUSIC algorithm for DOA estimation of noncircular signals in linear array[J]. *Aero Weaponry*, 2016, 8(4): 36-41.
- [12] 谭伟杰, 冯西安, 张肖璞. 基于 Euler 变换的非圆信号稀疏重构阵列测向方法[J]. *探测与控制学报*, 2018, 40(6): 63-67.
TAN W J, FENG X A, ZHANG X P. DOA estimation of non-circular signals based on euler transformation sparse reconstruction[J]. *Journal of Detection & Control*, 2018, 40(6): 63-67.
- [13] LIU Z M, HUANG Z T, ZHOU Y Y, et al. Direction-of-arrival estimation of noncircular signals via sparse representation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(3): 2690-2698.
- [14] 闫锋刚, 齐晓辉, 刘帅, 等. 基于子空间旋转变换的低复杂度波达角估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(3): 629-634.
YAN F G, QI X H, LIU S, et al. Overview of efficient algorithms for super-resolution DOA estimates[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(3): 629-634.
- [15] MENG X T, YAN F G, LIU S, et al. Real-valued DOA estimation for non-circular sources via reduced-order polynomial rooting [J]. *IEEE Access*, 2019, 7(99): 158892-158903.
- [16] GOLUB G H, VAN LOAN C F. *Matrix computations*[M]. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1996: 238-246.
- [17] ABEIDA H, DELMAS J P. MUSIC-like estimation of direction of arrival for noncircular sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(7): 2678-2690.
- [18] XU G, KAILATH T. Fast subspace decomposition[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 42(3): 539-551.

[作者简介]



王薇 (1986-), 女, 陕西西安人, 西京学院助教, 西安交通大学博士生, 主要研究方向为无线通信、阵列信号处理。



张明 (1987-), 男, 陕西西安人, 西安微电子技术研究所工程师, 主要研究方向为信息与信号处理技术、精密信号混合集成电路设计等。

姚博彬 (1983-), 男, 内蒙古赤峰人, 博士, 长安大学副教授, 主要研究方向为无线传感网络理论及应用、信息与信号处理技术等。

殷勤业 (1950-), 男, 陕西西安人, 西安交通大学教授、博士生导师, 主要研究方向为阵列信号处理、移动通信系统、空时谱估计、时频分析。

穆鹏程 (1980-), 男, 陕西西安人, 西安交通大学讲师、硕士生导师, 主要研究方向为阵列信号处理、无线通信、协作通信技术。

《通信学报》第十届编辑委员会

顾问： 邬江兴 刘韵洁 方滨兴 于全 郑建华 何友

尹浩 陆建华 沈学民 王怀民 王金龙

主任委员：张平

副主任委员：张延川 马建峰 杨震

沈连丰 陶小峰 刘华鲁

委员：

丁群 王汝言 王良民 龙军 卢建民 田辉 田有亮

田俊峰 朱洪波 仲红 任保全 刘西蒙 许文俊 李俨

李少谦 李风华 李玉峰 李建东 李陶深 杨亮 吴怡

吴巍 吴启晖 吴晓平 沙学军 沈玉龙 宋令阳 宋铁成

张士兵 张云勇 张玉清 张钦宇 张朝阳 陈巍 陈山枝

陈后金 范九伦 林金朝 欧阳缮 易东山 周一青 周武旻

周亮 桂冠 贾焰 夏银水 袁东风 钱志鸿 倪国新

徐立中 郭庆 郭磊 郭渊博 黄韬 黄建伟 黄梦醒

崔琪楣 隆克平 普园媛 裴庆祺 谭晓衡

Shuguang Cui (美国) Yi Qian (美国) Shiping He (美国)

Jiangzhou Wang (英国) Wen Tong (加拿大)

收录声明

本刊对发表的文章,拥有出版电子版、网络版版权,并拥有和其他网站交换信息的权利。本刊支付的稿酬中已经包含上述费用。

Journal on Communications has the copyright to publish electronic edition, online edition of the published articles, and has the right to exchange information with other sites. The expenses have been included in the fee paid by editorial department.

道德声明

本刊发表的论文是作者独立取得的原创性研究成果,无一稿多投;论文内容不涉及国家机密;未曾以任何形式用任何文种在国内外公开发表过;论文内容不侵犯他人著作权和其他权利。若发生一稿多投、侵权、泄密等问题,论文作者将承担全部责任。

The authors of *Journal on Communications* guarantee that their submitted articles are original and contain nothing confidential. The said article is only submitted to *Journal on Communications*. The said article has not been published before and has not been submitted elsewhere for print or electronic publication consideration. The said article is no way whatever a violation or an infringement of any existing copyright or license from the third party. Otherwise, the authors of the said article shall take the blame for the violation or infringement of the related copyright and the leakage of secrets.

通信学报

Journal on Communications



发行代号：
国内2-676
国外M395

2020年11月25日出版 定价：98.00元

ISSN 1000-436X

